



# STUDIO SPERIMENTALE E NUMERICO DELL'EFFICACIA DEL SISTEMA FRC REALIZZATO CON MALTA MX-PVA PER IL RINFORZO A TAGLIO DI PANNELLI MURARI

# **RAPPORTO FINALE**

Ottobre 2024

# Gruppo di Ricerca

Prof. Ing. Maurizio Orlando - Responsabile Scientifico

Prof. Ing. Luca Salvatori

Prof. Ing. Gianni Bartoli

Dott. Ing. Carlo Vienni



# Sommario

Pr	emessa.		8
1.	Attivi	tà sperimentale	9
	1.1	Prove di flessione su tre punti su campioni intagliati	9
	1.1.1	Confezionamento dei provini e modalità di maturazione	9
	1.1.2	Normativa di riferimento	10
	1.1.3	Setup di prova	10
	1.1.4	Interpretazione dei risultati	11
	1.1.5	Risultati	12
	1.2	Prove di trazione diretta	15
	1.2.1	Confezionamento dei provini e modalità di maturazione	15
	1.2.2	Normativa di riferimento	15
	1.2.3	Setup di prova	15
	1.2.4	Interpretazione dei risultati	16
	1.2.5	Risultati	17
	1.3	Prove di distacco dal supporto	19
	1.3.1	Confezionamento dei provini e modalità di maturazione	19
	1.3.2	Normativa di riferimento	20
	1.3.3	Setup di prova	20
	1.3.4	Interpretazione dei risultati	21
	1.3.5	Risultati	22
	1.4	Prove di flessione e compressione su prismi di malta 40x40x160mm	29
	1.4.1	Confezionamento dei provini e modalità di maturazione	29
	1.4.2	Normativa di riferimento	29
	1.4.3	Setup di prova	29
	1.4.4	Interpretazione dei risultati	29
	1.4.5	Risultati	
2.	Mod	ellazione numerica	
	2.1	Tipologia di modellazione	
	2.2	Calibrazione del modello	34



	2.2.1	Comportamento uniassiale a trazione della malta fibrorinforzata				
	2.2.2	Comportamento uniassiale a compressione della malta fibrorinforzata				
	2.2.3	Simulazione della prova di trazione				
	2.2.4	Simulazione della prova di flessione	40			
	2.2.5	Prove di compressione diagonale	41			
3.	Anal	si parametrica	48			
	3.1	Muratura in pietra	49			
	3.2	Muratura in laterizio forato	51			
	3.3	Muratura in mattoni pieni	53			
	3.4	Discussione dei risultati e previsione analitica del contributo del rinforzo FRC				
4.	Cond	lusioni	59			
Bik	oliografi	a	61			



# Indice delle Figure

Figura 1 Malta, priva di fibre, utilizzata per la realizzazione della miscela (sinistra); fibre in PVA ar nell'impasto (al centro); realizzazione della malta fibrorinforzata in betoniera (a destra).	ınegate 9
Figura 2 Geometria dei campioni e setup di prova a flessione su tre punti.	10
Figura 3 Grafico resistenza a flessione – CMOD per prova di flessione su tre punti	12
Figura 4 Grafico resistenza a flessione – CMOD per prova di flessione su tre punti (valori di CMOD 0-0,	10 mm). 13
Figura 5 Resoconto fotografico. Rottura a flessione dei provini.	14
Figura 6 Geometria dei campioni e setup di prova a trazione diretta.	16
Figura 7 Legame costitutivo σ-ε derivante dalle prove di trazione diretta.	17
Figura 8 Resoconto fotografico. Rottura a trazione dei provini	18
Figura 9 Maturazione in laboratorio dei provini per le prove di distacco (a sinistra). Esecuzione del rinzat muratura in pietra (a destra).	ffo sulla 19
Figura 10 Schematizzazione e setup delle prove di distacco	21
Figura 11 Tipologie di rottura previste dalle CNR-DT 215/2018 [5].	21
Figura 12 Curve di risposta tensione tangenziale – spostamento FRC (τ-s) misurato durante le prove di d Muratura in pietra.	istacco. 22
Figura 13 Resoconto fotografico. Prove di distacco da muratura in pietra.	24
Figura 14 Curve di risposta tensione tangenziale – spostamento FRC (τ-s) misurato durante le prove di d Muratura in laterizio forato.	istacco. 25
Figura 15 Resoconto fotografico. Prove di distacco da muratura in laterizio forato.	27
Figura 16 Curve di risposta tensione tangenziale – spostamento FRC (τ-s) misurato durante le prove di d Muratura in mattoni pieni	istacco. 27
Figura 17 Resoconto fotografico. Prove di distacco da muratura in mattoni pieni	28
Figura 18 Prova su primi di malta 40x40x160 mm. Flessione (a sinistra), compressione (a destra)	29
Figura 19 Prova a flessione su primi di malta 40x40x160 mm.	30
Figura 20 Modelli costitutivi a trazione e compressione della muratura. Modello di Vecchio e Collins (19 tenere conto della riduzione di resistenza a compressione dovuta alla fessurazione in direzione perpend	93) per licolare. 32
Figura 21 Modelli costitutivi a trazione implementati in Diana FEA per calcestruzzi fibrorinforzati	33
Figura 22 Modello costitutivo a compressione adottato per modellare la malta fibrorinforzata	
Figura 23 Elementi finiti solidi utilizzati nella modellazione	
Figura 24 Legami costitutivi per legami degradanti e quasi-plastici (CASO I e CASO II).	34



Figura 25 Legame tensione-deformazione sperimentale (in nero) e numerico (in rosso), fase pre-fessurazione.
Figura 26 Legame tensione-apertura della fessura sperimentale (in nero) e numerico (in rosso), fase post- fessurazione
Figura 27 Legami multilineari σ-ε implementati in Diana per le diverse modellazioni
Figura 28 Confronto tra il legame di trazione uniassiale ottenuto sperimentalmente (in nero), ottimizzato nel modello FEM (in rosso) e ottenuto analiticamente secondo la procedura descritta nelle Linee Guida di progettazione dei calcestruzzi fibrorinforzati
Figura 29 Modellazione della prova di trazione diretta nel software Diana FEA.
Figura 30 Prova di trazione diretta: confronto tra curve sperimentali (in nero) e simulazione numerica (in rosso). 
Figura 31 Prova di trazione diretta: meccanismo di rottura ottenuto dalla simulazione
Figura 32 Modellazione della prova di flessione su provino intagliato nel software Diana FEA40
Figura 33 Prova di flessione: confronto tra curve sperimentali (in grigio) e simulazione numerica (in rosso)40
Figura 34 Prova di flessione: meccanismo di rottura ottenuto dalla simulazione
Figura 35 Prova di compressione diagonale su muratura in pietra (a sinistra) e su muratura in laterizio forato (a destra) utilizzate per la calibrazione del modello numerico42
Figura 36 Simulazione della prova compressione diagonale eseguita presso l'Università di Pavia su muratura in pietra44
Figura 37 Modalità di rottura del pannello non rinforzato (a) e di quello rinforzato (b). Rottura del pannello rinforzato osservata sperimentalmente (c)44
Figura 38 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di curve $\tau$ - $\gamma$ . Muratura in pietra45
Figura 39 Simulazione della prova compressione diagonale eseguita presso l'Università di Perugia su muratura in laterizio forato
Figura 40 Modalità di rottura del pannello non rinforzato (a sinistra) e di quello rinforzato (a destra)46
Figura 41 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di curve τ-γ. Muratura in laterizio forato. 
Figura 42 Modelli FEM realizzati per l'analisi parametrica su muratura in pietra: sp. 30-40-50-60-70 cm rinforzati su uno o due lati
Figura 43 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in pietra
Figura 44 Modelli FEM realizzati per l'analisi parametrica su muratura in laterizio forato: sp. 16-30-40 cm rinforzati su uno o due lati
Figura 45 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in laterizio forato.



Figura 46 Modelli FEM realizzati per l'analisi parametrica su muratura in mattoni pieni: sp. 12 cm (una testa) – 25 cm (due teste) – 38 cm (tre teste) rinforzati su uno o due lati
Figura 47 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni con caratteristiche meccaniche ottenute sperimentalmente
Figura 48 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni con caratteristiche meccaniche proposte dalle NTC 2018
Figura 49 Correlazione tra coefficiente amplificativo della resistenza a taglio ed il rapporto di resistenza a trazione tra parete e malta di rinforzo
Figura 50 Correlazione tra coefficiente amplificativo della resistenza a taglio ed il rapporto di resistenza a trazione tra parete e malta di rinforzo. Applicazione del rinforzo su entrambi i lati della parete (sinistra) o su un solo lato (destra)
Figura 51 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in pietra
Figura 52 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in laterizio forato
Figura 53 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in mattoni pieni
Figura 54 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in mattoni pieni, NTC 2018



# Indice delle Tabelle

Tabella 1 Risultati delle prove di flessione12
Tabella 2 Risultati delle prove di trazione diretta17
Tabella 3 Risultati delle prove di distacco da supporti in pietra22
Tabella 4 Risultati delle prove di distacco da supporti in laterizio forato
Tabella 5 Risultati delle prove di distacco da supporti in mattoni pieni
Tabella 6 Risultati delle prove di flessione su primi 40x40x160 mm
Tabella 7 Modello numerico: parametri in input dell'interfaccia supporto-FRC43
Tabella 8 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di carico massimo $P_{max}$ , tensione tangenziale massima $\tau_{max}$ , deformazione massima $\gamma_{max}$ . Scostamento tra simulazione numerica e risultato sperimentale $\Delta$ . 
Tabella 9 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di carico massimo P <sub>max</sub> , tensione tangenziale massima τ <sub>max</sub> , rigidezza G. Scostamento tra simulazione numerica e risultato sperimentale Δ47
Tabella 10 Modello numerico: parametri in input della muratura48
Tabella 11 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in pietra
Tabella 12 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in laterizio forato
Tabella 13 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni
Tabella 14 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni con caratteristiche meccaniche proposte dalle NTC2018
Tabella 15 Tabelle riassuntiva: coefficiente amplificativo della resistenza a taglio $\alpha$ al variare della tipologia e dello spessore della parete, del numero di strati di intonaco e confronto con i valori previsti dalle NTC 2018.



# Premessa

La presente relazione descrive le attività svolte nell'ambito del contratto tra LATERLITE S.p.A. ed il Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale dell'Università degli Studi di Firenze per una ricerca avente il seguente oggetto: **Studio sperimentale e numerico dell'efficacia del sistema FRC realizzato con malta MX-PVA per il rinforzo a taglio di pannelli murari**.

L'attività di ricerca è così articolata:

- Attività sperimentale presso il Laboratorio Prove e Materiali del Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale consistente nelle seguenti prove:
  - Prove di trazione diretta su malta fibrorinforzata tipo MX-PVA, in conformità a quanto richiesto dall'Allegato 1 delle Linee Guida per l'identificazione, la qualificazione, la certificazione di valutazione tecnica ed il controllo di accettazione dei calcestruzzi fibrorinforzati FRC (Fibre Reinforced Concrete);
  - Prove di flessione su tre punti su provini prismatici intagliati di malta MX-PVA secondo le UNI EN 14651;
  - Prove di distacco da supporti in mattoni pieni, laterizio forato e pietra al fine di valutare la resistenza di adesione all'interfaccia malta fibrorinforzata-muratura;
  - Prove di flessione e compressione su provini prismatici di malta fibrorinforzata MX-PVA secondo le EN 1015-11.
- Sviluppo di un modello numerico agli elementi finiti (FE) capace di riprodurre il comportamento a taglio-trazione di provini in muratura rinforzati con FRC soggetti a prove di compressione diagonale e calibrazione dello stesso sulla base dei risultati delle indagini sperimentali già svolte dalla società Laterlite S.p.A. in collaborazione con le Università di Perugia e Pavia;
- Analisi parametrica per la valutazione dell'efficacia del sistema FRC sull'incremento della resistenza a taglio-trazione della muratura in funzione dei parametri maggiormente significativi: caratteristiche meccaniche della muratura, spessore dei pannelli murari, spessore della malta di rinforzo, applicazione su uno o entrambi i lati;
- Elaborazione dei risultati numerici al fine di quantificare l'efficacia del sistema di rinforzo in termini di coefficienti amplificativi della resistenza a taglio  $\alpha = \tau_R / \tau_{NR}$  al variare della tipologia di muratura e proposta di procedura analitica per il calcolo della resistenza dei pannelli rinforzati.



# 1. Attività sperimentale

In questo Capitolo vengono descritti i risultati della campagna di prove sperimentali eseguite sulla malta fibrorinforzata (FRC) tipo MX-PVA fornita da Laterite S.p.A. al fine di caratterizzare meccanicamente il materiale. Le prove che sono state effettuate sono di seguito elencate:

- Prove di flessione su tre punti in accordo con la EN14651 [1], testando in totale n°12 provini;
- Prove di trazione diretta in accordo con l'Allegato 1 delle Linee Guida per la caratterizzazione degli FRC [2], testando n° 7 provini;
- Prove di distacco da supporto, studiando tre diverse tipologie di supporti: n° 5 prove di distacco da muratura in mattoni pieni, n° 10 prove di distacco da muratura in blocchi in laterizio forato e n° 10 prove di distacco da muratura in pietra naturale.

# 1.1 Prove di flessione su tre punti su campioni intagliati

### 1.1.1 Confezionamento dei provini e modalità di maturazione

Il confezionamento dei provini è stato eseguito nel Laboratorio Prove e Materiali del DICEA. Le operazioni di confezionamento dei campioni sono state effettuate gettando il materiale in casseforme di dimensioni 150x150x600 mm di qualità conforme allo standard EN12390-1 [3] seguendo le procedure riportate nella EN12390-2 [4]. I provini in FRC sono stati realizzati miscelando in betoniera la malta priva di fibre, fornita in sacchi da 25kg, assieme ad acqua, in quantità pari a circa 5 litri per sacco, ed alle fibre di polivinilalcool. Sono stati confezionati e successivamente testati n° 12 provini prismatici.



Figura 1 Malta, priva di fibre, utilizzata per la realizzazione della miscela (sinistra); fibre in PVA annegate nell'impasto (al centro); realizzazione della malta fibrorinforzata in betoniera (a destra).

I campioni sono stati lasciati maturare nel proprio cassero, coperto per prevenire perdita d'acqua per evaporazione della miscela per le prime 24h, al termine delle quali sono stati rimossi dai casseri e fatti maturare in acqua per ulteriori 28 giorni. Se non diversamente specificato i test sono stati eseguiti in ambiente coperto, non controllato, di laboratorio, con temperatura di  $20\pm4$ °C.



### 1.1.2 Normativa di riferimento

Le prove sono state effettuate in accordo con la norma UNI EN 14651:2007: *Metodo di prova per il calcestruzzo con fibre metalliche – Misurazione della resistenza per flessione* [1].

### 1.1.3 Setup di prova

Sono state eseguite prove di flessione su tre punti su travette di dimensioni 150x150x600mm con intaglio centrale di altezza 25±2mm e larghezza minore o uguale a 5mm. La geometria dei campioni e lo schema delle prove viene mostrato nella seguente Figura 2. Le prove hanno previsto l'applicazione di un carico F centralmente al provino, vincolato in modo isostatico da una cerniera e da un carrello posti a distanza di 500±10mm, utilizzando una macchina universale di trazione e compressione con portata di 1000kN. I vincoli sono stati realizzati utilizzando due cilindri in acciaio posti su una guida sui quali viene appoggiato il provino. Il carico è stato applicato grazie ad un coltello in acciaio con testa mobile in direzione trasversale al provino, imbullonato ad una traversa anch'essa in acciaio vincolata alla testa mobile superiore della macchina di prova.



Figura 2 Geometria dei campioni e setup di prova a flessione su tre punti.

L'apertura della fessura (Crack Mouth Opening Displacement - CMOD) è stata misurata con un clip gauge disposto secondo l'asse longitudinale del provino sulla faccia inferiore e posizionato in corrispondenza della mezzeria della travetta a cavallo dell'intaglio, ad una distanza dall'estradosso del provino di 3mm, inferiore al massimo consentito dalla normativa pari a 5mm. Le prove sono state condotte in controllo di apertura di fessura (CMOD). La velocità di prova è stata impostata in modo da ottenere in una prima fase un incremento di apertura di fessura pari a 0,05mm/min. Raggiunta un'apertura di fessura (CMOD) pari a 0,1mm, la velocità è stata aumentata a 0,2mm/min. Le prove sono state effettuate fino al raggiungimento di un valore di CMOD almeno pari a 3,75mm.



#### 1.1.4 Interpretazione dei risultati

Nel seguito vengono mostrate le principali grandezze prese in considerazione per le prove a flessione, correlate da una loro breve descrizione:

b	[mm]	Larghezza del campione (150mm);
$h_{\text{sp}}$	[mm]	Distanza tra l'estremo dell'intaglio e la base superiore del campione (125mm);
I	[mm]	Distanza tra gli appoggi (500mm);
FL	[kN]	Carico corrispondente al Limite di Proporzionalità LOP, pari al carico massimo compreso nell'intervallo CMOD = 0 - 0,05mm;
$f_{ct,L}^{f}$	[MPa]	Sforzo corrispondente al Limite di Proporzionalità LOP;
$F_j$	[kN]	Carico corrispondente a CMOD = CMODj (j=1,2,3,4);
$f_{R,j}$	[MPa]	Resistenza a trazione per flessione residua in corrispondenza di CMOD=CMODj (j=1,2,3,4);

Lo sforzo corrispondente al Limite di Proporzionalità  $(f_{ct,L}^f)$  e la resistenza a trazione per flessione residua  $(f_{R,j})$  sono calcolati rispettivamente con le seguenti espressioni:

$$f_{ct,L}^{f} = \frac{{}^{3F_{L}L}}{2bh_{sp}^2} \tag{1}$$

$$f_{R,j} = \frac{3f_{j}^2}{2bh_{sp}^2} \tag{2}$$

I risultati raccolti vengono proposti sia in termini di geometria dei provini (grandezze utili al calcolo) che di valori di resistenza a flessione. I valori ottenuti durante le prove vengono mostrati in una tabella riassuntiva seguita da rappresentazioni grafiche di curve carico-apertura di fessura (CMOD) e sforzo-apertura di fessura (CMOD). Vengono riportate di seguito sia le curve di risposta complete che un ingrandimento nel tratto di CMOD compreso tra 0 – 0,1 mm. La curva di risposta a flessione media, riportata in nero nei grafici che seguono, è stata ottenuta mediando i valori della resistenza a flessione di ciascun campione di ogni set di prova in corrispondenza di valori fissati di CMOD.



# 1.1.5 Risultati

Tabella	1	Risultati	delle	prove	di	flessione.
---------	---	-----------	-------	-------	----	------------

	0,05		0,5	1,5	2,5	3,5			
	b	h <sub>sp</sub>	L	F∟	f <sup>f</sup> ct,∟	<b>f</b> <sub>R,1</sub>	f <sub>R,2</sub>	f <sub>R,3</sub>	f <sub>R,4</sub>
Camp.	[mm]	[mm]	[mm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
FL_0,6%_01	150	124,5	501	9,25	2,99	3,36	3,18	1,62	0,83
FL_0,6%_02	152	123,5	501	14,90	4,83	4,44	3,19	1,56	0,88
FL_0,6%_03	145	123	501	11,64	3,99	3,55	2,75	1,32	0,82
FL_0,6%_04	150	125	501	12,28	3,94	3,21	2,31	1,15	0,87
FL_0,6%_05	150	124	501	9,33	3,04	3,53	3,11	1,58	0,86
FL_0,6%_06	152	123	501	9,52	3,11	3,61	3,18	1,62	0,88
FL_0,6%_07	147	123	501	14,19	4,80	3,44	2,69	1,22	0,75
FL_0,6%_08	150	123	501	12,28	4,07	3,20	2,80	1,38	0,87
FL_0,6%_09	144	125	501	13,50	4,51	3,19	2,58	1,25	0,73
FL_0,6%_10	150	123	501	13,65	4,52	2,97	2,06	1,11	0,70
FL_0,6%_11	144	124	501	11,90	4,04	3,32	2,73	1,37	0,76
FL_0,6%_12	150	123	501	12,66	4,19	3,00	2,67	1,27	0,70
	Media			12,09	4,00	3,40	2,77	1,37	0,80



Figura 3 Grafico resistenza a flessione – CMOD per prova di flessione su tre punti.





Figura 4 Grafico resistenza a flessione – CMOD per prova di flessione su tre punti (valori di CMOD 0-0,10 mm).







Figura 5 Resoconto fotografico. Rottura a flessione dei provini.



# 1.2 Prove di trazione diretta

### 1.2.1 Confezionamento dei provini e modalità di maturazione

Le operazioni di confezionamento dei campioni sono state effettuate gettando il materiale in casseforme di polistirolo opportunamente sagomate "ad osso di cane", seguendo le procedure riportate nella EN12390-2 [4]. I campioni sono stati lasciati maturare nel proprio cassero, coperto per prevenire perdita d'acqua per evaporazione della miscela per le prime 24h, al termine delle quali sono stati rimossi dai casseri e fatti maturare in acqua per ulteriori 28 giorni. I provini in FRC sono stati realizzati miscelando in betoniera la malta assieme ad acqua, in quantità pari a circa 5 litri ogni sacco da 25 kg, ed alle fibre di polivinilalcool, considerando il dosaggio di fibre previsto pari a 0,60% del peso della malta. Se non diversamente specificato i test sono stati eseguiti in ambiente coperto, non controllato, di laboratorio, con temperatura di 20±4°C.

#### 1.2.2 Normativa di riferimento

Le prove sono state effettuate in accordo all'Allegato 1 delle Linee Guida per l'identificazione, la qualificazione, la certificazione di valutazione tecnica ed il controllo di accettazione dei calcestruzzi fibrorinforzati FRC (Fiber Reinforced Concrete) [2].

#### 1.2.3 Setup di prova

Sono stati realizzati n°7 provini per la prova di trazione diretta. Le caratteristiche geometriche dei provini, definiti a "osso di cane" per la loro particolare forma, sono state verificate in accordo con la normativa sopra citata, in particolare si è utilizzato uno spessore  $t_p = 30mm$  e una larghezza  $b_p = 50mm$ . Le prove hanno previsto l'applicazione di un carico di trazione P attraverso una cella di carico con valore massimo di 50kN, ritenuta idonea per la tipologia di prova. Il collegamento tra i provini e la macchina di prova è stato realizzato utilizzando una coppia di piastre metalliche strette al provino mediante 4 bulloni M10 serrati con una coppia di 25 Nm (clamping-grip test). Al fine di migliorare l'aderenza all'interfaccia tra il provino e le piastre metalliche, prima di applicare il carico di compressione, le testate dei provini sono state incollate alle piastre con resina epossidica tipo Hilti-MM-PLUS applicata su entrambi i lati delle ganasce. Per il controllo degli spostamenti relativi si è utilizzato una coppia di estensimetri disposti su entrambi i lati del provino lungo l'asse longitudinale dei campioni in modo tale che la base di misura risulti essere almeno pari a 100 mm. La scelta della lunghezza della base di misura pari a 100 mm, superiore a quella di 80 mm prevista da [2] è stata fatta a causa dei problemi di registrazione legati alla formazione della fessurazione proprio in corrispondenza del restringimento della sezione del provino. Le prove sono state condotte in controllo di spostamento. Il parametro di controllo è la velocità di prova che è stata impostata costante e pari a 0,5 mm/min. Il carico e i valori dello spostamento sono stati registrati con continuità dalla macchina fino a valori molto bassi di carico, superando sempre il valore di spostamento relativo medio di 0,8mm.





Figura 6 Geometria dei campioni e setup di prova a trazione diretta.

#### 1.2.4 Interpretazione dei risultati

Disponendo di una base di misura rilevata con precisione per ogni campione, è stato possibile determinare la curva tensione nominale-deformazione dividendo il carico per l'area della sezione e lo spostamento relativo per la lunghezza media della base di misura ( $\approx$ 100mm). Dal grafico tensione-deformazione è stato anche possibile misurare il modulo elastico della malta, assumendolo pari alla rigidezza del primo tratto della curva, misurata come rigidezza secante in corrispondenza di 0.70· $\sigma_t$ . Nel seguito vengono mostrate le principali grandezze prese in considerazione per le prove di trazione diretta, correlate da una loro breve descrizione:

t	[mm]	Spessore del campione (≈30mm);
b	[mm]	Larghezza nel restringimento del campione (≈50mm);
$A_p$	[mm <sup>2</sup> ]	Area del restringimento del campione ( $b \cdot t = A_p \approx 1500 mm^2$ );
$F_t$	[kN]	Carico massimo prima della formazione della fessura;
$\sigma_t$	[MPa]	Tensione massima;
l	[mm]	Base di misura;
$\Delta l$	[mm]	Allungamento degli estensimetri;
Е	-	Deformazione (= $\Delta l/l$ ).

La tensione massima prima della formazione della fessura è stata calcolata con le seguenti espressione  $\sigma_t = \frac{F_t}{A_p}$ . I risultati raccolti vengono proposti sia in termini di geometria dei provini (grandezze utili al calcolo) che di valori di resistenza a trazione e modulo elastico della malta fibrorinforzata.



### 1.2.5 Risultati

Campiono	b	t	Р	σt	E	NOTE
Campione	mm	mm	kN	MPa	GPa	NOTE
T_0,6%_01	50	30	3,94	2,62	18,9	
T_0,6%_02	50	30	3,39	2,26	24,7	Rottura fuori dalla base di misura
T_0,6%_03	50	30	4,89	3,26	20,7	
T_0,6%_04	50	30	3,17	2,11	13,4	
T_0,6%_05	50	30	3,17	2,11	18,7	Rottura fuori dalla base di misura
T_0,6%_06	50	30	3,37	2,25	16,2	
T_0,6%_07	50	30	3,95	2,63	19,5	
	Media			2,46	18,88	

Tabella 2 Risultati delle prove di trazione diretta.



Figura 7 Legame costitutivo  $\sigma$ - $\varepsilon$  derivante dalle prove di trazione diretta.





Figura 8 Resoconto fotografico. Rottura a trazione dei provini.



# 1.3 Prove di distacco dal supporto

#### 1.3.1 Confezionamento dei provini e modalità di maturazione

Vengono di seguito descritte le prove effettuate per caratterizzare l'adesione tra la malta fibrorinforzata e tre tipologie di supporti murari standard. Al fine di eseguire tali prove, sono stati costruiti muretti di tre diverse tipologie di muratura: mattoni pieni, pietra e laterizio forato. La tipologia di blocchi e di malta costituenti i diversi muretti sono stati forniti dalla società Laterlite S.p.A. in modo tale da ottenere la stessa muratura testata in altre campagne di prove già condotte precedentemente alla realizzazione del presente studio. Le pietre utilizzate per la realizzazione dei provini in pietra sono state lavorate grossolanamente col martello e nella loro configurazione finale avevano dimensioni variabili da 100 mm a 300 mm. Sono state disposte su un unico paramento e murate con malta di classe M1 con spessore di 10-20 mm, in modo tale da ottenere muretti di dimensioni L x t x H circa pari a 30 x 20 x 40 cm. Secondo la documentazione fornita, le pietre sono caratterizzate da una densità di 2580 kg/m<sup>3</sup> ed una resistenza a compressione media perpendicolare e parallela agli stati di sedimentazione rispettivamente pari a 149 MPa e 144 MPa. I provini in laterizio forato sono stati realizzati con blocchi forati portanti di dimensioni 25 x 18 x 12 cm, caratterizzati da una percentuale di sezione solida del 55% ed una resistenza a compressione caratteristica dichiarata di f<sub>bk</sub> = 18,7 MPa. I muretti sono stati murati con malta cementizia tipo M10, assemblando due blocchi in laterizio ed ottenendo pertanto muretti di dimensioni 25 x 18 x 25 cm. I provini in mattoni, infine, sono stati realizzati utilizzando mattoni pieni di dimensioni 25 x 12 x 5,5 cm e la medesima malta cementizia M10. I muretti sono stati realizzati murando una fila di cinque mattoni, ottenendo campioni di dimensione complessiva 25 x 12 x 31 cm. Una volta assemblati, i provini sono stati maturati per 28 giorni in laboratorio. Al termine della maturazione, sui provini è stata applicata una striscia di rinforzo in FRC di dimensioni B x t x Ladesione pari a 100 x 30 x 200 mm. Dopo l'applicazione del rinforzo i provini sono stati stagionati per ulteriori 28 giorni in laboratorio prima dell'esecuzione delle prove. L'applicazione del rinforzo su mattoni pieni e laterizio forato è avvenuta in due mani: è stata dapprima applicata una prima mano di malta per uno spessore di circa 15mm e, passata circa un'ora, si è applicata una seconda mano per un ulteriore spessore di 15mm. Per quanto riguarda l'applicazione del rinforzo sulla pietra, a causa del minor "aggrappo" offerto dalla pietra stessa, l'applicazione delle strisce di malta è stata eseguita effettuando inizialmente un rinzaffo su tutta la faccia del provino. Il rinzaffo è stato realizzato con la medesima malta fibrorinforzata del rinforzo ed è stato lasciato indurire per 24h; successivamente si è proceduto all'applicazione dell'intonaco in due mani come per i provini di laterizio.



Figura 9 Maturazione in laboratorio dei provini per le prove di distacco (a sinistra). Esecuzione del rinzaffo sulla muratura in pietra (a destra).



### 1.3.2 Normativa di riferimento

Lo scopo di queste prove è quello di quantificare la forza massima che può essere trasferita per aderenza dal rinforzo al supporto e di identificare il meccanismo di crisi. Per l'esecuzione delle prove di distacco di malta fibrorinforzata da supporti in muratura non è attualmente presente alcun riferimento normativo. Il meccanismo di crisi è stato identificato facendo rifermento a quanto previsto dalla normativa CNR-DT 215/2018 [5] per i rinforzi in FRCM.

### 1.3.3 Setup di prova

Per eseguire le prove di distacco si è utilizzato una macchina di prova *Instron* opportunamente settata. I pannelli murari sono stati collocati nella macchina e sono stati rigidamente vincolati alla base della macchina stessa mediante dei profilati scatolari 40x40x4mm<sup>3</sup>. Il carico è stato applicato comprimendo la sezione sommitale della striscia di rinforzo al fine di valutare la resistenza di adesione all'interfaccia FRC-supporto. Al fine di rendere uniforme il carico agente sulla sezione caricata del rinforzo, è stata utilizzata una piastra metallica posta a contrasto con la cella di carico e uno strato di neoprene tra suddetta piastra ed il rinforzo. La prova è stata effettuata in controllo di spostamento con velocità costante pari a 0,8 mm/min. Lo spostamento del rinforzo in FRC è stato misurato mediante due estensimetri incollati al supporto sui due lati opposti della striscia di intonaco. I due estensimetri hanno permesso di misurare gli spostamenti relativi tra supporto ed FRC,  $s_1$  ed  $s_2$ ; lo spostamento risultante *s* è stato calcolato come media dei due spostamenti  $s = \frac{s_1+s_2}{2}$ .

Si riporta nelle seguenti immagini una schematizzazione del setup di prova.

I provini soggetti a prove di distacco (Bond Test, BT) sono stati nominati seguendo il seguente schema: BT\_B\_n per i supporti in mattoni pieni (B, Brick), BT\_S\_n per i provini in pietra (S, stone), BT\_P\_n i provini in Poroton; n indica il numero progressivo di provini.







Figura 10 Schematizzazione e setup delle prove di distacco.

#### 1.3.4 Interpretazione dei risultati

l risultati sono riportati nelle tabelle seguenti, divisi per tipologia di supporto. Nelle tabelle viene riportata la tipologia di meccanismo di rottura, individuata da una lettera secondo le indicazioni previste dalla CNR-DT 215/2018 ("A" distacco con rottura coesiva del supporto; "B" distacco all'interfaccia matrice-supporto), il massimo carico raggiunto  $F_u$ , la resistenza a taglio dell'interfaccia  $\tau_u$ , calcolata come il rapporto tra  $F_u$  e l'area nominale adesa al supporto  $A_b = 100x200 mm$  e la rigidezza k dell'interfaccia, calcolata come rigidezza secante del primo tratto della curva di risposta F - s in corrispondenza di 0,70 ·  $F_u$ .



Figura 11 Tipologie di rottura previste dalle CNR-DT 215/2018 [5].



#### 1.3.5 Risultati

### 1.3.5.1 Muratura in pietra

Tabella 3 Risultati delle prove di distacco da supporti in pietra.

Campione	B [mm]	L [mm]	t [mm]	Fu [kN]	τ <sub>u</sub> [MPa]	k [N/mm³]	FM
BT_S_01	105	205	30	33,7	1,56	-	Α
BT_S_02	100	200	30	28,7	1,44	63	А
BT_S_03	100	207	30	11,9	0,57	87	В
BT_S_04	100	205	35	23,2	1,13	78	A/B
BT_S_05	100	205	33	7,5	0,36	43	A/B
BT_S_06	100	205	35	17,7	0,87	22	А
BT_S_07	105	220	30	15,6	0,67	75	A/B
BT_S_08	100	200	29	32,5	1,62	-	В
BT_S_09	100	175	35	6,2	0,35	-	А
BT_S_10	100	180	30	12,5	0,69	52	А
Media				18,9	0,93	60,0	
CoV %				50%	49%	35%	



Figura 12 Curve di risposta tensione tangenziale – spostamento FRC ( $\tau$ -s) misurato durante le prove di distacco. Muratura in pietra.









Figura 13 Resoconto fotografico. Prove di distacco da muratura in pietra.

La resistenza dell'interfaccia malta-pietra risulta notevolmente superiore rispetto a quella ottenuta su supporti in laterizio. Questo risultato è legato a due fattori: il primo aspetto riguarda l'esecuzione del rinzaffo effettuato prima di applicare la striscia di malta fibrorinforzata, che ha certamente migliorato l'aderenza tra supporto e intonaco. Il secondo aspetto è legato alla notevole irregolarità della superficie di interfaccia: la presenza di irregolarità può portare ad un ingranamento in corrispondenza delle asperità che incrementa il carico ultimo di aderenza. L'irregolarità della muratura in pietra ha comportato anche una notevole dispersione dei risultati ottenuti rispetto ai supporti in laterizio, con valori del coefficiente di variazione CoV≈50%.



#### 1.3.5.2 Muratura in laterizio forato

Campione	B [mm]	H [mm]	t [mm]	F <sub>u</sub> [kN]	τ <sub>u</sub> [MPa]	k [N/mm³]	FM
BT_P_01	105	205	30	8,23	0,38	-	A/B
BT_P_02	100	200	33	6,93	0,35	11	А
BT_P_03	100	207	30	10,40	0,50	11	А
BT_P_04	100	205	35	8,15	0,40	16	A/B
BT_P_05	100	205	33	8,39	0,41	10	A/B
BT_P_06	100	205	35	6,92	0,34	12	А
BT_P_07	105	220	30	7,45	0,32	35	A/B
BT_P_08	100	200	29	6,68	0,33	23	В
BT_P_09	110	205	30	12,39	0,55	11	А
BT_P_10	100	180	31	11,75	0,65	16	А
Media				8,73	0,42	16	
CoV %				24%	26%	51%	

Tabella 4 Risultati delle prove di distacco da supporti in laterizio forato.



Figura 14 Curve di risposta tensione tangenziale – spostamento FRC (τ-s) misurato durante le prove di distacco. Muratura in laterizio forato.

La rottura è avvenuta nella maggior parte dei casi secondo il meccanismo tipo A, ovvero con asportazione del supporto. Il meccanismo di rottura evidenzia le buone proprietà di adesione della malta fibrorinforzata al supporto in laterizio forato. L'asportazione del materiale è avvenuta principalmente nella porzione inferiore della striscia di malta adesa: ciò è legato al momento flettente che nasce a causa dell'eccentricità tra la forza applicata dalla macchina di prova ed il piano di interfaccia, che porta a tensioni di trazione ortogonali all'interfaccia nella porzione superiore di FRC e tensioni di compressione nella porzione inferiore.









Figura 15 Resoconto fotografico. Prove di distacco da muratura in laterizio forato.

#### 1.3.5.3 Muratura in mattoni pieni

<b>-</b>			,			
Tabella 5 Risultati delle	prove	di distacco	da supr	orti in	mattoni	pieni.
	F					F

Campione	B [mm]	H [mm]	t [mm]	F <sub>u</sub> [kN]	τ <sub>u</sub> [MPa]	k [N/mm³]	FM
BT_B_01	102	215	30	5,85	0,27	26	В
BT_B_02	100	210	30	11,22	0,53	58	В
BT_B_03	105	225	35	4,74	0,20	18	В
BT_B_04	100	205	33	5,53	0,27	33	В
BT_B_05	100	210	35	6,74	0,32	16	В
Media				6,8	0,32	30	
CoV %				32%	33%	50%	



Figura 16 Curve di risposta tensione tangenziale – spostamento FRC ( $\tau$ -s) misurato durante le prove di distacco. Muratura in mattoni pieni.



<image/>	
BT_B_01: Distacco tipo "B" - $\tau_u = 0,267MPa$	BT_B_02: Distacco tipo "B" – $\tau_u = 0.534MPa$
BT B-	BL ES
BT_B_03: Distacco tipo "B" – $\tau_{\mu} = 0,201MPa$	BT_B_04: Distacco tipo "B" – $\tau_{\mu} = 0,270M$
BL.6.	
BT_B_05: Distacco tipo "B" – $\tau_u = 0.321 MPa$	

Figura 17 Resoconto fotografico. Prove di distacco da muratura in mattoni pieni.

La rottura è avvenuta all'interfaccia muratura-malta senza asportazione di supporto (tipo B), ed è stata fragile, ovvero istantanea.



# 1.4 Prove di flessione e compressione su prismi di malta 40x40x160mm

## 1.4.1 Confezionamento dei provini e modalità di maturazione

Il confezionamento dei provini è stato eseguito nel Laboratorio di Strutture dell'Università degli Studi di Firenze. Le operazioni di confezionamento dei campioni sono state effettuate gettando il materiale in casseri di dimensioni 40x40x160 mm<sup>3</sup>. I provini in FRC sono stati realizzati miscelando in betoniera la malta priva di fibre, fornita in sacchi da 25kg dalla società Laterlite S.p.A., assieme ad acqua, in quantità pari a circa 5 litri per sacco, ed alle fibre di polivinilalcool, considerando un dosaggio di fibre pari a 0,60% del peso della malta. Sono stati confezionati e successivamente testati n° 6 provini. I campioni sono stati lasciati maturare nel proprio cassero, coperto per prevenire perdita d'acqua per evaporazione della miscela, per le prime 24h al termine delle quali sono stati rimossi dai casseri e fatti maturare in acqua per ulteriori 28 giorni. Se non diversamente specificato i test sono stati eseguiti in ambiente coperto, non controllato, di laboratorio, con temperatura di 20±4°C.

### 1.4.2 Normativa di riferimento

Le prove sono state effettuate in accordo alla norma EN 1015-11 [6], Metodi di prova per malte per opere murarie - Parte 11: Determinazione della resistenza a flessione e a compressione della malta indurita.

### 1.4.3 Setup di prova

I campioni di malta sono stati sottoposti a prova di flessione su tre punti, con appoggi posti a distanza 100 mm e carico applicato in mezzeria. A seguito della rottura a flessione, le due metà restanti di provino sono state testate a compressione.



Figura 18 Prova su primi di malta 40x40x160 mm. Flessione (a sinistra), compressione (a destra).

### 1.4.4 Interpretazione dei risultati

La resistenza a flessione è stata calcolata utilizzando la seguente espressione:

$$f_f = 1.5 \frac{FL}{bd^2}$$
 (3)

La resistenza a compressione è stata ottenuta utilzzando la seguente espressione:

$$f_c = F/_{bd} \tag{4}$$



Dove F è il carico applicato, L la lunghezza pari a 100 mm, b e d le dimensioni della sezione, ovvero 40x40mm<sup>2</sup>.

#### 1.4.5 Risultati

Tabella 6 Risultati delle prove di flessione su primi 40x40x160 mm.

	f <sub>f</sub> [MPa]	f₀ [MPa]
0,6%_1_dx	11.05	65,39
0,6%_1_sx	11,05	68,23
0,6%_2_dx	0.67	48,69
0,6%_2_sx	9,07	68,76
0,6%_3_dx	0.61	60,54
0,6%_3_sx	9,01	64,36
0,6%_4_dx	7 0 /	61,56
0,6%_4_sx	7,84	64,06
0,6%_5_dx	10.00	68,07
0,6%_5_sx	10,08	47,94
0,6%_6_dx	0.27	50,71
0,6%_6_sx	9,37	64,07
Media	9,60	61,03

Come possibile osservare dai valori di resistenza, i test su campioni di malta di dimensioni 40x40x160 mm hanno sovrastimato di circa il 100% la resistenza a flessione rispetto al valore  $f_{ct,L}^{f}$  ricavato dalle prove di flessione su provini intagliati (UNI 14651) e del 40% la resistenza a compressione rispetto al valore riportato nel certificato di valutazione tecnica della malta MX-PVA, ottenuto mediante prove su cubetti di lato 150 mm.



Figura 19 Prova a flessione su primi di malta 40x40x160 mm.



# 2. Modellazione numerica

In questo Capitolo viene riportata la descrizione e la calibrazione del modello numerico FEM realizzato al fine di studiare, attraverso analisi parametriche, l'efficacia del sistema FRC come rinforzo a taglio nel piano di pareti in muratura. Come verrà descritto nel seguito, è stata dapprima sviluppata la modellazione della malta fibrorinforzata utilizzando i risultati sperimentali descritti nel Capitolo 1. Successivamente, il modello è stato utilizzato per simulare le prove di compressione diagonale di pareti in muratura al fine di valutare l'effetto del FRC sulla resistenza a taglio-trazione dei pannelli. La capacità del modello FEM di riprodurre il comportamento a taglio di pannelli murari è stata studiata utilizzando i risultati della campagna sperimentale condotta dal Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale dell'Università di Perugia su murature di laterizio forato [7] ed i risultati della campagna di indagine eseguita dal Dipartimento di Ingegneria Civile Architettura dell'Università di Pavia su muratura di pietra [8].

# 2.1 Tipologia di modellazione

La risposta meccanica della muratura è complessa ed altamente non lineare. La muratura è costituita da blocchi solitamente legati da giunti di malta ed assemblati in una specifica tessitura, più o meno regolare. Le proprietà meccaniche dei blocchi, della malta, ed il legame di interfaccia tra malta e blocchi governano la risposta complessiva della muratura. Generalmente i componenti della muratura, blocchi e malta, sono caratterizzati da un comportamento quasi fragile a trazione ed elasto-plastico a compressione, con valori di resistenza assai maggiore. Nella letteratura attuale, non esiste un unico approccio capace di descrivere correttamente il comportamento meccanico della muratura. Sono state sviluppate diverse strategie di modellazione, ognuna delle quali può risultare più adatta per lo studio di una serie limitata di problemi. Anche se una categorizzazione di tutti i modelli numerici disponibili non è realistica, dati gli aspetti specifici di ciascuna soluzione sviluppata, di seguito viene fornita una descrizione delle principali strategie di modellazione, indicando le loro caratteristiche e applicazioni principali. Possono essere considerate quattro classi principali di approcci numerici per la modellazione di costruzioni e/o elementi in muratura, in ordine decrescente di complessità e onere computazionale:

- *Micro-modellazione*: i blocchi e la malta sono modellati separatamente, rappresentando accuratamente la geometria della tessitura muraria.
- Macro-modellazione: la muratura è modellata come un continuo omogeneo lineare o non lineare, senza differenziare il comportamento tra blocchi e malta. Le caratteristiche meccaniche di resistenza e rigidezza sono definite a livello di materiale "muratura". I legami costitutivi sono rappresentativi del comportamento di insieme della muratura in termini di resistenza a compressione, a trazione, a taglio e di capacità di spostamento.
- *Modellazione a telaio equivalente*: la struttura in muratura è schematizzata in un telaio equivalente composto da pilastri, i maschi murari, travi, le fasce di piano, e nodi rigidi, ovvero gli elementi di intersezione tra maschi e fasce.
- Analisi limite: in questo caso si schematizzano porzioni di edificio in blocchi rigidi e si studia la risposta di singoli macro-elementi. Questa modellazione è utile principalmente nello studio dei meccanismi di ribaltamento locale in presenza di azioni sismiche.

Nel presente lavoro l'obbiettivo è quello di studiare la risposta a prove di compressione diagonale di singole pareti in muratura di dimensioni circa pari ad 1 m<sup>2</sup>, dotate o meno di rinforzo con malta fibrorinforzata. La modellazione adottata rientra nella macro-modellazione precedentemente descritta. I pannelli murari sono



modellati utilizzando il software di calcolo DIANA FEA v. 10.6 [9] schematizzando la muratura come un continuo omogeneo ed isotropo a comportamento non lineare a trazione e compressione, utilizzando il modello *Total Strain Crack Model* a fessure rotanti. Il modello costitutivo basato sulla deformazione totale è sviluppato sulla falsariga della *Modified Compression Field Theory*, originariamente proposta da Vecchio & Collins. Per maggiori informazioni si rimanda al manuale del software DIANA FEA. Il modello a plasticità diffusa risulta adatto non soltanto alla modellazione della muratura, ma anche alla modellazione del calcestruzzo fibrorinforzato, in quanto all'interno dello stesso software DIANA sono implementati opportuni legami costitutivi a trazione sviluppati specificatamente per tali materiali sulla base delle indicazioni fornite dal Model Code 2010 [10] (Figura 21).

Il comportamento non lineare della muratura è simulato assegnando al materiale un legame parabolico a compressione e elastico-fragile a trazione, come riportato nelle seguenti figure.



*Figura 20 Modelli costitutivi a trazione e compressione della muratura. Modello di Vecchio e Collins (1993) per tenere conto della riduzione di resistenza a compressione dovuta alla fessurazione in direzione perpendicolare.* 

Il comportamento è definito dal modulo elastico del materiale *E*, dal coefficiente di Poissont *v*, dalla resistenza a compressione  $f_c$  e dalla energia di frattura a compressione  $G_c$  (che misura la capacità di dissipare energia), e dalla resistenza a trazione  $f_t$  e dall'energia di frattura in trazione  $G_t$ . La resistenza a compressione della muratura ed il modulo elastico sono stati calibrati a partire dalle prove sperimentali condotte su pareti in laterizio e pietra. Per la resistenza a trazione, in letteratura, nel caso di approcci di modellazioni simili a quello qui utilizzato, vengono usualmente adottati valori di resistenza pari a circa 1/100 della resistenza a compressione. Nel caso in esame, è stato utilizzato un rapporto  $f_{v}/f_c = 1/100$ . L'energia di frattura a compressione è stata calcolata con la formulazione proposta dal Model Code 90 [11] per la malta,  $G_c = 15 + 0.43 f_c - 0.0036 f_c^2$ , mentre l'energia a trazione è stata posta pari a 1/200 dell'energia di frattura a compressione. Nei materiali dotati di ridotta resistenza a trazione come il calcestruzzo e la muratura, grandi deformazioni di trazione perpendicolari alla direzione principale di compressione riducono la resistenza a compressione del calcestruzzo. Tale aspetto è stato tenuto in conto nella modellazione, sia della muratura che della malta fibrorinforzata, utilizzando il modello implementato da Vecchio e Collins (1993), assegnando al materiale un lower bound factor pari a 0.40.

Tra i modelli costitutivi implementati nel software Diana FEA per la modellazione di calcestruzzi fibrorinforzati, in questo lavoro si è scelto di adottare il legame multilineare (modello h in Figura 21) in quanto, avendo a disposizione i legami costitutivi a trazione uniassiale derivanti dalle prove di trazione diretta, è stato possibile inserire in input direttamente la risposta tensione-deformazione ottenuta sperimentalmente. Per quanto riguarda il comportamento a compressione, si è implementato il modello parabolico previsto dalle EN 1992-1-1, conforme a quanto richiesto dalle Linee guida per la progettazione, messa in opera, controllo e collaudo di elementi strutturali in calcestruzzo fibrorinforzato con fibre di acciaio o polimeriche [12].





Figura 21 Modelli costitutivi a trazione implementati in Diana FEA per calcestruzzi fibrorinforzati.



(h) EN 1992-1-1

Figura 22 Modello costitutivo a compressione adottato per modellare la malta fibrorinforzata.

Tutti i modelli realizzati e di seguito descritti sono tridimensionali ed utilizzano elementi finiti solidi. Per realizzare la discretizzazione sono stati utilizzati elementi cubici a otto nodi HX24L. La dimensione della mesh è stata definita di volta in volta sulla base delle modellazioni effettuate. La simulazione delle prove di flessione è stata eseguita utilizzando elementi finiti di dimensioni pari a 4 mm, le prove a trazione con elementi di dimensione 10 mm ed infine le prove di compressione diagonale di pannelli murari sono state realizzate con elementi di dimensione pari a 50 mm.



Figura 23 Elementi finiti solidi utilizzati nella modellazione.

La modellazione dei pannelli murari rinforzati con malta FRC è stata condotta inserendo una interfaccia non lineare tra supporto e malta, al fine di simulare il possibile distacco. Esso è stata modellato mediante l'inserimento di un'interfaccia bidimensionale basata sul modello *Combined cracking-shearing-crushing model* (CCSC) implementato in Diana FEA. Il modello comprende la rottura a taglio, considerando un comportamento attritivo alla Coulomb, combinato con la possibile rottura a trazione o compressione perpendicolari al piano dell'interfaccia stessa. Il legame a scorrimento è descritto dalla seguente espressione:

$$f_2(\sigma,\kappa_2) = \tau + \sigma \tan \Phi - \hat{c}(\kappa_2)$$

In cui

$$\hat{c}(\kappa_2) = c \; e^{-c/_{G_f^{II}\kappa_2}} \tag{6}$$

l parametri di input sono la coesione *c*, l'angolo di attrito  $\phi$  e l'energia di frattura dell'interfaccia  $G_f^{\mu}$ , espressa dall'equazione:

$$G_f^{II} = \begin{cases} a\sigma + b & \text{if } \sigma < 0\\ b & \text{if } \sigma \ge 0 \end{cases}$$

$$\tag{7}$$

Per simulare il possibile distacco, le tensioni ortogonali all'interfaccia sono state trascurate, inserendo un angolo di attrito tendente a zero,  $\phi = 10^{-4}$ , mentre si è inserita una resistenza all'interfaccia  $\tau = c$  posta pari a quella ottenuta sperimentalmente dalle prove di distacco dal supporto. Per quanto concerne l'energia di frattura, facendo riferimento a valori usualmente utilizzati in letteratura, è stato inserito un valore pari a 0,30 N/mm [13], [14].

#### 2.2 Calibrazione del modello

#### 2.2.1 Comportamento uniassiale a trazione della malta fibrorinforzata

La modellazione non lineare agli elementi finiti richiede la definizione del legame costitutivo a trazione uniassiale  $\sigma$ - $\epsilon$  della malta fibrorinforzata. Le Linee guida per la progettazione di calcestruzzi fibrorinforzati [12] propongono un metodo per la definizione del legame costitutivo a trazione partendo dai risultati delle prove di flessione. In particolare, secondo le linee guida, la resistenza post-fessurativa può essere definita utilizzando uno dei modelli di seguito riportati:





Nei precedenti modelli, il comportamento pre-fessurativo del calcestruzzo è rappresentato da una bilatera dove il Punto A corrisponde al limite elastico, e ha coordinate (0.9  $f_{ct}/E_{ctr}$  0.9  $f_{ct}$ ), dove  $f_{ct}$  rappresenta la resistenza a trazione uniassiale del calcestruzzo,  $E_{ct}$  il modulo elastico a trazione del FRC che può essere posto pari a quello al modulo elastico a compressione definito dalla normativa vigente [15], mentre il Punto B corrisponde al picco di fessurazione, associato al valore di deformazione  $\varepsilon_p$ =0,015%. In fase fessurata si può adottare un legame bilineare dove il primo ramo della bilatera (BC) è descritto analiticamente dalle espressioni riportate nel seguito:

FIRENIZ

(5)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE DICEA DPARTMENTO DI MARTINENTO DI

(8)

$$\frac{\sigma - f_{ctk}}{0.2 f_{ctk} - f_{ctk}} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_P}{\varepsilon_Q - \varepsilon_P}, \text{ per } \varepsilon_P \le \varepsilon \le \varepsilon_C$$

Con

$$\varepsilon_Q = \frac{G_f}{f_{ctk} \cdot l_{cs}} + \left(\varepsilon_P - \frac{0.8f_{ctk}}{E_c}\right) \tag{9}$$

Dove G<sub>f</sub> rappresenta l'energia di frattura del calcestruzzo senza fibre valutabile come:

$$G_{f} = 73 f_{ck}^{0.18} [N/m]$$
 (10)

Per materiali degradanti, la resistenza residua del quarto ramo (rappresentativa dello sfilamento delle fibre) è definita da due punti con coordinate ( $\epsilon_{SLS}$ , fFts) e ( $\epsilon_{ULS}$ , fFtu) dove:

$$\varepsilon_{\rm SLS} = 0.5/l_{\rm cs} \,({\rm con \ lcs \ in \ mm}) \tag{11}$$

$$\varepsilon_{ULS} = w_u/l_{cs} = \min\left(\varepsilon_{Fu}, 2, 5/l_{cs}\right) \tag{12}$$

e le tensioni sono ricavate dalle prove di flessione su travette intagliate:

$$f_{Fts} = 0.37 \cdot f_{R1}$$

$$f_{Fts} = 0.53 \cdot f_{R1} - 0.14 \cdot f_{R3} - w_{u}/cmod \cdot (0.53 \cdot f_{R1} - 0.14 \cdot f_{R3} - 0.57 \cdot f_{R3} + 0.26 \cdot f_{R1})$$

$$(13)$$

dove  $w_u$  è la massima apertura di fessura prevista, assunta dalle Linee guida pari a 2,5 mm.

Nelle precedenti relazioni compare il parametro *lcs* (lunghezza caratteristica strutturale), che corrisponde alla lunghezza del tratto di elemento strutturale interessato dalla fessura. La lunghezza caratteristica strutturale è un concetto necessario per la definizione del legame uniassiale a trazione; esso, infatti, rappresenta un "ponte" per passare dalla meccanica del continuo, governata da legami tensioni-deformazioni, alla meccanica della frattura, governata da leggi tensione-apertura della fessura *w*, mediante la seguente espressione, valida in fase post-fessurativa:

$$\varepsilon = \frac{W}{l_{cs}}$$
(15)

Per il calcolo analitico del comportamento del FRC,  $l_{cs}$  viene convenzionalmente posta pari alla distanza tra le fessure,  $s_{rm}$ , in caso di materiali caratterizzati da multi-fessurazioni, oppure pari all'altezza h della sezione dell'elemento strutturale nel caso in cui si abbia la formazione di un'unica fessura (come il caso del FRC testato nel presente lavoro). Quando si procede alla modellazione della struttura agli elementi finiti, il parametro  $l_{cs}$  non può essere calcolato con le espressioni precedentemente riportate, ma deve essere valutato sulla base della dimensione e delle funzioni di forma caratterizzanti l'elemento finito. Seguendo quanto proposto in letteratura [16], [17] e nello stesso manuale del software Diana FEA, avendo utilizzato elementi finiti solidi, la lunghezza caratteristica strutturale è stata calcolata come segue:

$$l_{cs} = \sqrt[3]{V} \tag{16}$$

Dove *V* rappresenta il volume dell'elemento finito che caratterizza la discretizzazione. Si osserva che seguendo tale procedura il legame tensione-deformazione da implementare nel software di calcolo diventa meshdipendente, e deve quindi essere modificato ogni volta che si varia la discretizzazione. La procedura che è stata adottata per definire il legame multilineare  $\sigma$ - $\epsilon$  importato in Diana è di seguito descritta:



- Definizione del legame uniassiale σ-ε in fase pre-fessurazione a partire dalle prove di trazione diretta



Figura 25 Legame tensione-deformazione sperimentale (in nero) e numerico (in rosso), fase pre-fessurazione.



- Definizione del legame  $\sigma$ -w in fase fessurata a partire dalle prove di trazione diretta

Figura 26 Legame tensione-apertura della fessura sperimentale (in nero) e numerico (in rosso), fase postfessurazione.

- Definizione del legame multilineare  $\sigma$ - $\epsilon$  numerico, considerando il legame  $\sigma$ - $\epsilon$  sperimentale in fase elastica e calcolando in fase fessurata  $\epsilon = w/l_{cs}$ . Sono stati definiti tre diversi modelli costitutivi, uno per la prova di trazione diretta in cui  $l_{cs}$ =10.67 mm, uno per le prove di flessione dove gli elementi finiti hanno dimensioni 4·10·9mm e quindi  $l_{cs}$  = 7.11 mm, ed infine uno per le prove diagonali dove gli elementi hanno dimensioni 50·50·30mm<sup>3</sup> e  $l_{cs}$  = 42.17 mm.





Figura 27 Legami multilineari  $\sigma$ - $\varepsilon$  implementati in Diana per le diverse modellazioni.

È inoltre interessante eseguire un confronto tra il legame costitutivo tensione-deformazione ottenuto sperimentalmente dalle prove di trazione ed il legame costitutivo ottenuto utilizzando la procedura proposta dalle Linee Guida per la progettazione degli FRC (Figura 28). Per il calcolo della curva analitica utilizzando la procedura proposta dalle Linee Guida sono stati utilizzati i seguenti dati:

-	f <sub>ck</sub> = 32 MPa	ricavato da CVT della malta MX-PVA
-	E <sub>c</sub> = 18880 MPa	ricavato da prova di trazione sperimentale
-	f <sub>R1</sub> = 3,40 MPa	valore medio dalla prova di flessione

- $f_{R3} = 1,37$  MPa valore medio dalla prova di flessione
- $l_{cs}$  = 125 mm altezza della sezione della trave utilizzata nelle prove di flessione

Il grafico mostra il buon accordo tra la curva  $\sigma$ - $\epsilon$  implementata nel modello FEM, ottimizzata per simulare correttamente le prove di flessione, ed i dati sperimentali. Il legame costitutivo analitico, costruito a partire dalle prove sperimentali a flessione, tende a sovrastimare leggermente la resistenza a trazione del calcestruzzo fibrorinforzato, sebbene il valore di calcolo rientri nell'intervallo sperimentale, ed a sovrastimare l'energia di frattura in fase fessurata. Il modello analitico appare in ogni caso in buon accordo con i risultati sperimentali ottenuti.





Figura 28 Confronto tra il legame di trazione uniassiale ottenuto sperimentalmente (in nero), ottimizzato nel modello FEM (in rosso) e ottenuto analiticamente secondo la procedura descritta nelle Linee Guida di progettazione dei calcestruzzi fibrorinforzati.

### 2.2.2 Comportamento uniassiale a compressione della malta fibrorinforzata

Il comportamento a compressione è stato modellato utilizzando il legame costitutivo, implementato nel software, proposto dall'Eurocodice 2 EN 1992-1-1, coincidente con il modello proposto dalle Linee Guida di progettazione degli FRC. Per la definizione del modello si è assunto:

- f<sub>c</sub> = 32 MPa (da CVT della malta MX-PVA)
- $\epsilon_{c1}(^{\circ}/_{oo}) = 0.7 \cdot f_{c}^{1/3}(1 + 0.03 f_{R1}) = 0.0024$
- $\epsilon_{cu} = 0,0035$

#### 2.2.3 Simulazione della prova di trazione

Le prove di trazione diretta eseguite sperimentalmente sono state simulate numericamente al fine di validare l'affidabilità del modello agli elementi finiti. I legami costitutivi a trazione e compressione sono stati ottenuti con le procedure descritte nei precedenti paragrafi.

Il modello FEM è stato realizzato riproducendo la geometria dei provini testati sperimentalmente ed impostando una discretizzazione di 10 mm. Il provino è stato vincolato alla base bloccando le traslazioni in tutte e tre le direzioni principali,  $u_x$ ,  $u_y$  ed  $u_z$ . Il carico è stato imposto in controllo di spostamento alla sezione sommitale, inserendo un vincolo interno tale da far muovere simultaneamente tutta la faccia superiore del provino. L'analisi è stata condotta in controllo di spostamento, con incremento di 0.01 mm per ogni passo. Il criterio di convergenza adottato è quello di Newton-Raphson impostando un numero massimo di 20 iterazioni per la ricerca della convergenza.

Si riporta di seguito un'immagine del modello.

Al fine di effettuare un confronto con le curve sperimentali, il risultato del modello viene plottato in termini di tensioni su deformazioni. Le tensioni sono calcolate dividendo la reazione verticale  $F_Z$  per l'area della sezione ridotta del provino, 30x50 mm<sup>2</sup>, mentre le deformazioni sono state calcolate dividendo lo spostamento dei due punti simmetrici rispetto al centro del provino posti a distanza 100 mm per la medesima lunghezza della base di misura.





Figura 29 Modellazione della prova di trazione diretta nel software Diana FEA.

Si riporta nel seguente grafico il confronto tra le curve sperimentali e la risposta numerica. Nella immagine successiva si riporta il meccanismo di rottura ottenuto dal modello FEM: in analogia a quanto osservato sperimentalmente, la frattura si localizza in corrispondenza della sezione dove il provino cambia geometria.



Figura 30 Prova di trazione diretta: confronto tra curve sperimentali (in nero) e simulazione numerica (in rosso).



Figura 31 Prova di trazione diretta: meccanismo di rottura ottenuto dalla simulazione.



### 2.2.4 Simulazione della prova di flessione

Le prove di flessione su provino intagliato eseguite sperimentalmente sono state simulate numericamente al fine di calibrare il legame costitutivo a trazione uniassiale ottimale e di validare l'affidabilità del modello. I legami costitutivi a trazione e compressione sono stati ottenuti con le procedure descritte nei precedenti paragrafi. Il modello FEM è stato realizzato riproducendo la geometria dei provini testati sperimentalmente ed impostando una discretizzazione di 15 mm nelle zone non interessate dalla fessurazione, ed impostando una dimensione degli elementi finiti solidi pari a 4 mm nella zona dell'intaglio. Il provino è stato vincolato alla base con una cerniera ed un carrello. Il carico è stato imposto in controllo di spostamento alla sezione centrale, al di sopra dell'intaglio. L'analisi è stata condotta in controllo di spostamento, con incremento di 0,02 mm. Il metodo di convergenza adottato è quello di Newton-Raphson impostando un numero massimo di 30 iterazioni per la ricerca della convergenza. Si riporta di seguito un'immagine del modello. È stato inoltre inserito un elemento frame fittizio in corrispondenza dell'intaglio, dotato di rigidezza circa nulla, necessario al solo fine di monitorare l'allargamento della fessura come differenza tra gli spostamenti dei suoi estremi.



Figura 32 Modellazione della prova di flessione su provino intagliato nel software Diana FEA.

Nel grafico seguente si riporta il confronto tra le curve sperimentali di flessione e la curva ottenuta mediante il modello numerico.



Figura 33 Prova di flessione: confronto tra curve sperimentali (in grigio) e simulazione numerica (in rosso)



Nella immagine successiva si riporta il meccanismo di rottura ottenuto dal modello: in analogia a quanto osservato sperimentalmente, la frattura si localizza in corrispondenza dell'intaglio.



Figura 34 Prova di flessione: meccanismo di rottura ottenuto dalla simulazione.

### 2.2.5 Prove di compressione diagonale

Nel presente paragrafo viene descritta la simulazione numerica delle prove sperimentali svolte dalla società Laterlite S.p.A. in collaborazione con le Università di Perugia e Pavia. Il confronto tra i risultati sperimentali e numerici ha permesso la corretta calibrazione del modello agli elementi finiti.

#### 2.2.5.1 Risultati delle prove sperimentali

Per la calibrazione del modello di calcolo sono stati considerati i risultati delle seguenti campagne sperimentali:

- Valutazione sperimentale di rinforzi FRC su muratura in pietra, Dipartimento Ingegneria Civile e Architettura, Università di Pavia;
- Report attività sperimentali su Effetto della stilatura dei giunti con malte ad alta resistenza sulle proprietà meccaniche di pannelli murari, Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Università degli Studi di Perugia.

Il primo lavoro presenta i risultati ottenuti durante una vasta campagna sperimentale condotta dall'Università di Pavia su provini in muratura di pietra naturale, rinforzati utilizzando malta fibrorinforzata tipo MX-PVA (analoga alla malta con percentuale di fibre 0.60% testata nella presente campagna sperimentale). Lo studio



sperimentale ha previsto l'esecuzione di prove di compressione diagonale su provini di dimensione 1000x100x300 mm, caratterizzati dai seguenti sistemi di rinforzo:

- 6 pannelli non rinforzati (URM)
- 3 pannelli rinforzati con malta fibrorinforzata applicata su una faccia con 5 connettori elicoidali passanti, ristilatura dei giunti sull'altra faccia (provini PVA-R-H5)
- 3 pannelli rinforzati con malta fibrorinforzata applicata su entrambe le facce con 5 connettori elicoidali (PVA-H5)
- 3 pannelli rinforzati con malta fibrorinforzata applicata su entrambe le facce senza connettori elicoidali (PVA-0)

Nel secondo lavoro sopra citato, l'indagine sperimentale ha riguardato l'esecuzione di sette prove di compressione diagonale su pannelli murari in laterizio forato (blocchi caratterizzati da una percentuale di sezione solida del 55%) di dimensioni 1200x1200x160 mm, di cui:

- 4 pannelli non rinforzati
- 3 pannelli rinforzati su entrambi i lati con 3+3 cm di malta fibrorinforzata

In entrambe le campagne sperimentali, l'interpretazione dei risultati delle prove di compressione diagonale è stata eseguita secondo le indicazioni proposte dalla ASTM E 519-02 [18]: la resistenza a taglio è stata valutata con la seguente formula:

$$\tau_{max} = 0.707 \,{}^{P}\!/_{A_{n}} \tag{17}$$

Dove *P* rappresenta il massimo carico ottenuto durante la prova di compressione diagonale e  $A_n$ l'area netta del pannello, definita da:

$$A_n = \frac{w+h}{2} \cdot t \cdot n \tag{18}$$

In cui w e h sono la base e l'altezza del pannello, t lo spessore ed n la percentuale solida della sezione trasversale del pannello (pari a 1 nel caso di muratura in pietra e 0,55 nel caso di laterizio forato). La deformazione media a taglio è stata invece valutata con la seguente espressione:

$$\gamma = \varepsilon_c + \varepsilon_c = \frac{\Delta L_c}{L_c}$$
(19)

Dove  $\varepsilon_v$  ed  $\varepsilon_h$  rappresentano le deformazioni verticali e orizzontali delle due diagonali dei provini. La rigidezza viene valutata come rapporto  $G = \tau/\gamma$ .



Figura 35 Prova di compressione diagonale su muratura in pietra (a sinistra) e su muratura in laterizio forato (a destra) utilizzate per la calibrazione del modello numerico.



#### 2.2.5.2 Parametri meccanici della muratura

I parametri meccanici della muratura, da inserire nel modello numerico, sono stati desunti dai rapporti di prova delle indagini sperimentali descritte nel precedente paragrafo:

Muratura in pietra:

$f_c = 1.52 MPa$	resistenza media a compressione della muratura in pietra
$ au_{max,NR} = 0.19 MPa$	resistenza media a taglio della muratura in pietra
<u>Muratura in laterizio forato:</u>	
$f_c = -$	resistenza a compressione muratura in laterizio (non nota sperimentalmente)
$\tau_{max,NR} = 0.92 MPa$	resistenza media a taglio della muratura in laterizio

l parametri di rigidezza della muratura (*E* e *G*) e la resistenza a compressione della muratura in laterizio forato sono stati definiti nel modello FEM calibrando le curve di risposta sperimentali  $\tau$ - $\gamma$ .

Per eseguire l'analisi parametrica che verrà riportata nel capitolo successivo, oltre alle pareti in laterizio forato e pietra, è stata considerata anche la muratura in mattoni pieni. Le caratteristiche meccaniche della muratura in mattoni pieni sono state ricavate direttamente presso il laboratorio di strutture dell'Università di Firenze mediante prove di compressione uniassiale su muretti [13], [14], ottenendo i seguenti risultati:

#### Muratura in mattoni pieni:

$f_c = 14.40 MPa$	resistenza media a compressione della muratura in mattoni pieni
E = 4848 MPa	modulo elastico medio della muratura in mattoni pieni

#### 2.2.5.3 Interfaccia FRC-supporto

L'interfaccia tra malta fibrorinforzata e supporto è stata modellata al fine di simulare il possibile distacco del rinforzo dalla muratura. La modellazione è avvenuta utilizzando il modello *Combined Cracking Shearing Crushing*. La resistenza a taglio e la rigidezza dell'interfaccia sono state poste pari ai rispettivi valori medi ottenuti dalle prove sperimentali, per ciascun tipo di muratura analizzata. Si riportano di seguito i parametri inseriti in input.

Tabella 7 Modello numerico: parametri in input dell'interfaccia supporto-FRC.

	FRC-pietra	FRC-laterizio forato	FRC-mattoni pieni
τ <sub>u</sub> [MPa]	0.93	0.42	0.32
G [N/mm³]	60	16	30



#### 2.2.5.4 Calibrazione del modello di calcolo

Al fine di valutare l'affidabilità del modello numerico, sono stati confrontati i risultati delle prove di tagliocompressione sperimentali con quelli ottenuti dalle simulazioni. La modellazione delle prove di taglio compressione è stata eseguita riproducendo numericamente il setup di prova: sono state inserite piastre in acciaio rigide di lato 150 mm al fine di applicare il carico e vincolare alla base i pannelli; le piastre sono state modellate come materiale elastico lineare con E<sub>acciaio</sub> = 210.000 MPa. La piastra inferiore è stata bloccata alla traslazione in tutte le direzioni, u<sub>x</sub>, u<sub>y</sub> ed u<sub>z</sub>; la piastra superiore è stata spinta verso il basso in controllo di spostamento al fine di simulare la prova sperimentale. L'analisi è stata condotta applicando il carico con incrementi di spostamento pari a 0.02 mm. Il criterio di convergenza adottato è quello di Newton-Raphson impostando un numero massimo di 20 iterazioni per la ricerca della convergenza. Le simulazioni delle prove sono state eseguite sia sui pannelli non rinforzati, sia sui pannelli rinforzati con FRC su entrambi i lati.

Si riporta nelle seguenti immagini e nel successivo grafico il confronto tra i risultati sperimentali e numerici ottenuti sulla muratura in pietra.



Figura 36 Simulazione della prova compressione diagonale eseguita presso l'Università di Pavia su muratura in pietra.



Figura 37 Modalità di rottura del pannello non rinforzato (a) e di quello rinforzato (b). Rottura del pannello rinforzato osservata sperimentalmente (c).





Figura 38 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di curve  $\tau$ - $\gamma$ . Muratura in pietra.

Si riporta in Tabella 8 il confronto tra i parametri di resistenza e rigidezza ottenuti sperimentalmente e numericamente.

Tabella 8 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di carico massimo  $P_{max}$  tensione tangenziale massima  $\tau_{max}$  deformazione massima  $\gamma_{max}$ . Scostamento tra simulazione numerica e risultato sperimentale  $\Delta$ .

		9	perimenta	le	Numerico			Δ
		P <sub>max</sub> [kN]	τ <sub>max</sub> [MPa]	γ <sub>max</sub> [-]	P <sub>max</sub> [kN]	τ <sub>max</sub> [MPa]	Υ <sub>max</sub> [-]	τ <sub>max</sub> [%]
URM	1+2+3	80,6	0,19	0,00040	83,3	0,196	0,00039	-3,2%
PVA-H5 1 3	1	378	0,89	0,0011	388	0,92 0,0005	0.0005	-2,7%
	2	396	0,93	0,0006				1,9%
	3	400	0,94	0,0008			0,0005	3,0%
	Media	391	0,92	0,0008				0,7%

Come possibile osservare dal grafico e dalla tabella precedenti, il modello è riuscito efficacemente a simulare il comportamento a compressione-diagonale del pannello non rinforzato, con uno scostamento di circa il 3% sulla resistenza di picco. Allo stesso modo, il modello ha riprodotto in maniera affidabile anche la risposta dei pannelli rinforzati su due lati con malta e connettori (PVA-H5) in termini di carico di picco (scostamento di 0,70% rispetto al valor medio sperimentale). È importante notare quindi che il modello agli elementi finiti è in grado di riprodurre con buona approssimazione il comportamento di provini non rinforzati e di provini rinforzati con connettori. Tale risultato è legato al fatto che nel modello sviluppato ai fini della presente ricerca, i pannelli sono stati considerati monolitici nello spessore murario, e pertanto la loro risposta è assimilabile a quella di pannelli efficacemente connessi trasversalmente.



Si riporta nelle seguenti immagini e nel successivo grafico il confronto tra i risultati sperimentali e numerici ottenuti sulla muratura in laterizio forato. La curva di risposta sperimentale del provino rinforzato RM1 non è stata riportata nel grafico in quanto non risulta fornita nel report a causa di un malfunzionamento della strumentazione.



Figura 39 Simulazione della prova compressione diagonale eseguita presso l'Università di Perugia su muratura in laterizio forato.



Figura 40 Modalità di rottura del pannello non rinforzato (a sinistra) e di quello rinforzato (a destra).





Figura 41 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di curve  $\tau$ - $\gamma$ . Muratura in laterizio forato.

Si riporta nella seguente tabella il confronto tra i parametri di resistenza e rigidezza ottenuti sperimentalmente e numericamente.

Tabella 9 Confronto tra i risultati numerici e sperimentali in termini di carico massimo  $P_{max}$  tensione tangenziale massima  $\tau_{max}$  rigidezza G. Scostamento tra simulazione numerica e risultato sperimentale  $\Delta$ .

	Sperimentale						
	P <sub>max</sub> [kN]	τ <sub>max</sub> [MPa]	G [MPa]	P <sub>max</sub> [kN]	τ <sub>max</sub> [MPa]	G [MPa]	τ <sub>max</sub> [%]
URM 1	129,5	0,87	4525				-7%
URM 2	99,5	0,67	5306		0,93	3017	-28%
URM 3	164,7	1,10	2823	138,5			19%
URM 4	161,4	1,08	1133				17%
Media	138,8	0,93	3447				0%
RM1	472,4	1,88	-				1%
RM2	434,2	1,73	3533		1 95	5000	-7%
RM3	397,3	1,58	3065	403,0	1,85	5066	-15%
Media	434,6	1,73	3299				-7%

Come possibile osservare dal grafico e dalla tabella precedenti, anche in questo caso il modello riesce efficacemente a simulare il comportamento a compressione-diagonale dei pannelli murari. Nel caso di pannelli non rinforzati si rileva uno scostamento circa nullo sulla resistenza di picco media; nel caso di pannelli rinforzati si ha uno scostamento del 7% rispetto al valor medio sperimentale.



# 3. Analisi parametrica

Utilizzando il modello numerico descritto e calibrato nel precedete capitolo, è stata condotta una analisi parametrica al fine di valutare l'efficacia della malta fibrorinforzata come rinforzo a taglio-trazione di pannelli murari al variare dei parametri ritenuti più significativi: spessore del pannello, numero di strati di rinforzo (applicazione su un unico lato o su entrambe le facce), tipologia di muratura. Sono state in totale effettuate 42 simulazioni, considerando le seguenti combinazioni di muratura/rinforzo:

- Muratura in pietra con spessori 30-40-50-60-70 cm non rinforzata, rinforzata con FRC su due lati, rinforzata con FRC su un lato;
- Muratura in laterizio forato con spessori 16-30-40 cm non rinforzata, rinforzata con FRC su due lati, rinforzata con FRC su un lato;
- Muratura in mattoni pieni con spessori 12-25-38 cm non rinforzata, rinforzata con FRC su due lati, rinforzata con FRC su un lato;
- Muratura in mattoni pieni con parametri meccanici desunti dalla Tabella C.8.5.1 delle NTC2018, spessori 12-25-38 cm, non rinforzata, rinforzata con FRC su due lati, rinforzata con FRC su un lato.

La valutazione dell'efficienza del sistema di rinforzo è stata quantificata mediante il coefficiente migliorativo della resistenza a taglio,  $\alpha$ , dato dal rapporto tra la resistenza del pannello murario a seguito dell'applicazione del rinforzo e la resistenza del medesimo pannello non rinforzato:

$$\alpha = \frac{\tau_R}{\tau_{NR}} \tag{20}$$

In cui il valore di resistenza a taglio è stato calcolato utilizzando la (17).

Le analisi sono state condotte con le medesime procedure numeriche descritte nel precedente paragrafo. Nella seguente tabella sono riportate le caratteristiche meccaniche della muratura utilizzate per simulare numericamente le prove di compressione diagonale.

	f₀ [MPa]	f <sub>t</sub> [MPa]	E [MPa]	G <sub>c</sub> [N/mm]	G <sub>t</sub> [N/mm]
Pietra	1,52	0,015	10185	16	0,10
Laterizio forato	5,00	0,05	17485	20	0,10
Mattoni pieni	14,00	0,14	4848	20	0,10
Mattoni pieni NTC	4,30	0,04	4300	20	0,10

Tabella 10 Modello numerico: parametri in input della muratura.

Le caratteristiche meccaniche della malta FRC sono quelle riportate in Figura 27, mentre le caratteristiche meccaniche dell'interfaccia in Tabella 7.



# 3.1 Muratura in pietra

Nella seguente immagine si riporta una schematizzazione dei modelli numerici realizzati per l'analisi parametrica della muratura in pietra.



Figura 42 Modelli FEM realizzati per l'analisi parametrica su muratura in pietra: sp. 30-40-50-60-70 cm rinforzati su uno o due lati.



Nella successiva tabella e nel successivo grafico sono riportati i risultati in termini di coefficiente migliorativo  $\alpha$  ottenuto al variare dello spessore del pannello e del numero di strati di rinforzo.

L'effetto del rinforzo in FRC viene confrontato con il coefficiente migliorativo della resistenza previsto dalla Tabella C8.5.II delle NTC 2018 per il consolidamento con intonaco armato. La tabella C8.5.II fornisce i valori dei coefficienti correttivi al variare della tipologia di muratura consolidata. In accordo alla suddetta tabella, la muratura in pietra testata nel presente studio può essere classificata come *Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)* in termini di resistenza a compressione ricavata sperimentalmente (1,0 MPa < f<sub>c.sperimentale</sub> = 1,52 MPa < 2,0 MPa), mentre dal punto di vista della tessitura muraria può essere fatta ricadere nella categoria *Muratura a conci sbozzati*. Considerato che la differenza tra le due tipologie di muratura è spesso piuttosto sottile, viene eseguito il confronto con i coefficienti correttivi previsti in normativa per entrambe le tipologie di muratura.

tm	<b>α</b> 2 lati	<b>α 1</b> lato	α NTC,pietrame	α NTC,conci sboz.
30	4,66	2,62	2,5	2,0
40	3,65	2,13	2,5	2,0
50	3,05	1,86	2,5	2,0
60	2,62	1,62	2,5	2,0
70	2,35	1,50	2,5	2,0

Tabella 11 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in pietra.



Coefficiente amplificativo resistenza a taglio - Muratura in pietra

Figura 43 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in pietra.



### 3.2 Muratura in laterizio forato

Nella seguente immagine si riporta una schematizzazione dei modelli numerici realizzati per l'analisi parametrica della muratura in laterizio forato.



Figura 44 Modelli FEM realizzati per l'analisi parametrica su muratura in laterizio forato: sp. 16-30-40 cm rinforzati su uno o due lati.

Si riportano nella seguente tabella e nel successivo grafico i risultati in termini di coefficiente migliorativo  $\alpha$  al variare dello spessore del pannello e del numero di strati di rinforzo. L'effetto del rinforzo in FRC viene confrontato con il coefficiente migliorativo previsto dalla Tabella C.8.5.II delle NTC 2018, da applicare alla resistenza a taglio della muratura in caso di intervento di consolidamento con intonaco armato.

Tabella 12 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in laterizio forato.

tm	Ω 2 lati	<b>C</b> 1 lato	a NTC
16	2,00	1,38	1,3
30	1,82	1,22	1,3
40	1,66	1,17	1,3





Figura 45 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in laterizio forato.



### 3.3 Muratura in mattoni pieni

Nella seguente immagine si riporta una schematizzazione dei modelli numerici utilizzati per l'analisi parametrica considerando la muratura in laterizio forato.



Figura 46 Modelli FEM realizzati per l'analisi parametrica su muratura in mattoni pieni: sp. 12 cm (una testa) – 25 cm (due teste) – 38 cm (tre teste) rinforzati su uno o due lati.

Si riportano nella seguente tabella e nel successivo grafico i risultati in termini di coefficiente migliorativo  $\alpha$  al variare dello spessore del pannello e del numero di strati di rinforzo. L'effetto del rinforzo in FRC viene confrontato con il coefficiente migliorativo previsto dalla Tabella C.8.5.II delle NTC 2018, da applicare alla resistenza a taglio della muratura in caso di intervento di consolidamento con intonaco armato.

Tabella 13 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni.

tm	<b>α 2</b> lati	<b>α 1</b> lato	a NTC
12	2,07	1,47	1,5
25	1,57	1,22	1,5
38	1,43	1,17	1,5

![](_page_53_Picture_0.jpeg)

![](_page_53_Figure_1.jpeg)

Figura 47 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni con caratteristiche meccaniche ottenute sperimentalmente.

Dal momento che la muratura in mattoni pieni testata sperimentalmente ha mostrato una resistenza a compressione elevata rispetto a quella prevista dalla normativa italiana per costruzioni esistenti, si è deciso di effettuare un'ulteriore indagine numerica considerando una muratura in mattoni pieni caratterizzata da una resistenza a compressione pari alla massima prevista dalle NTC 2018 in Tabella C.8.5.I.

Tabella 14 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni con caratteristiche meccaniche proposte dalle NTC2018.

tm	<b>α</b> 2 lati	<b>α 1</b> lato	a NTC
12	4,10	2,52	1,5
25	2,67	1,82	1,5
38	2,14	1,51	1,5

Coefficiente amplificativo resistenza a taglio - Mattoni pieni Circ. NTC

![](_page_53_Figure_7.jpeg)

Figura 48 Coefficiente amplificativo della resistenza a taglio al variare dello spessore della parete, muratura in mattoni pieni con caratteristiche meccaniche proposte dalle NTC 2018.

![](_page_54_Picture_0.jpeg)

#### 3.4 Discussione dei risultati e previsione analitica del contributo del rinforzo FRC

L'analisi parametrica condotta ha permesso di valutare l'efficacia del rinforzo con intonaco strutturale fibrorinforzato per tre diverse tipologie di muratura, al variare dello spessore dei pannelli e considerando l'intonaco applicato su un solo lato o su entrambi i lati delle pareti. L'efficacia del rinforzo è stata quantificata mediante il coefficiente amplificativo  $\alpha$  della resistenza a taglio. Come possibile osservare dai precedenti grafici in Fig. 43-48, la sua efficacia decresce all'aumentare dello spessore del pannello ed è tanto maggiore quanto minore è la resistenza a trazione della muratura. Il coefficiente amplificativo  $\alpha$  è stato graficamente confrontato con quello proposto dalle NTC 2018 in Tabella C.8.5.II nel caso di consolidamento con intonaco armato. Come possibile osservare, il coefficiente proposto da normativa è sempre risultato minore, e quindi a favore di sicurezza, rispetto a quello ottenuto dalle simulazioni numeriche considerando l'intonaco fibrorinforzato applicato su entrambi i lati delle pareti, tranne nel caso di muratura in pietrame di spessore 70 cm e nel caso di muratura in mattoni pieni a tre teste. Diversamente, nel caso di intonaco applicato su un unico lato, i coefficienti migliorativi sono spesso risultati inferiori a quelli previsti dalle NTC. La riduzione di efficacia del rinforzo passando dall'applicazione su due lati a quella su un unico lato è di circa il 60%.

Al fine di valutare il trend del coefficiente migliorativo  $\alpha$  in funzione dello spessore della muratura e della sua resistenza a trazione, nella successiva Figura 49 è stato plottato l'andamento di  $\alpha$  al variare del parametro  $\omega$ , definito come rapporto meccanico di resistenza a trazione della muratura rispetto a quella della malta di rinforzo:

$$\omega = \frac{\tau_{NR} t_m}{f_{t,FRC} t_{FRC}}$$
(21)

Nella precedente espressione, lo spessore del rinforzo,  $t_{FRC}$ , è stato assunto pari a 30 mm o 60 mm nel caso, rispettivamente, di applicazione del FRC su una sola faccia o su entrambe le facce dei pannelli. La resistenza a trazione della malta fibrorinforzata è stata posta pari a quella impostata nel legame costitutivo a trazione uniassiale utilizzato per la modellazione, ovvero  $f_{t,FRC}$  = 2.40 Mpa. La resistenza a taglio della muratura non rinforzata è stata calcolata con l'Eq. (17), essendo *P* il carico di picco di volta in volta ottenuto numericamente.

![](_page_54_Figure_6.jpeg)

Figura 49 Correlazione tra coefficiente amplificativo della resistenza a taglio ed il rapporto di resistenza a trazione tra parete e malta di rinforzo.

![](_page_55_Picture_0.jpeg)

Il grafico mostra una forte correlazione tra l'effetto del rinforzo e il rapporto di resistenza a trazione. Il valore del coefficiente di determinazione  $R^2$  prossimo ad uno sottolinea infatti la bontà della regressione individuata. Un possibile approccio analitico per la valutazione dell'effetto della malta fibrorinforzata sulla resistenza a taglio nel piano di pannelli murari potrebbe pertanto essere quello di calcolare il coefficiente amplificativo della resistenza a taglio in funzione del rapporto  $\omega$ , attraverso l'espressione ricavata nel presente lavoro:

$$\alpha = 2.33 \cdot \left( \frac{\tau_{NR} t_m}{f_{t,FRC} t_{FRC}} \right)^{-0.496}$$
(22)

L'espressione (22) è valida per rinforzo applicato sia su una che su entrambe le facce del pannello, tenendo conto del numero di strati mediante il valore di  $t_{FRC}$ .

Al fine di affinare ulteriormente la procedura, è possibile studiare separatamente l'andamento del coefficiente  $\alpha$  separando il caso di applicazione simmetrica o asimmetrica dell'intonaco strutturale (Fig. 50).

![](_page_55_Figure_5.jpeg)

Figura 50 Correlazione tra coefficiente amplificativo della resistenza a taglio ed il rapporto di resistenza a trazione tra parete e malta di rinforzo. Applicazione del rinforzo su entrambi i lati della parete (sinistra) o su un solo lato (destra).

Anche in questo caso il trend mostra una forte correlazione tra  $\alpha$  ed  $\omega$ , ed il calcolo del coefficiente amplificativo può essere fatto con due formule analitiche separate a seconda del numero di strati di intonaco:

$$\alpha_{2 \, lati} = 2.39 \cdot \left( \frac{\tau_{NR} t_m}{f_{t,FRC} t_{FRC}} \right)^{-0.536} \tag{23}$$

$$\alpha_{1 \, lato} = 2.14 \cdot \left( \frac{\tau_{NR} t_m}{f_{t,FRC} t_{FRC}} \right)^{-0.409} \tag{24}$$

Si sottolinea che le equazioni (22), (23), (24) sono state ottenute sulla base di una analisi numerica calibrata utilizzando prove di compressione diagonale sperimentali. La loro validità dovrà essere opportunamente validata sperimentalmente mediante l'esecuzione di ulteriori test sperimentali di compressione-diagonale e/o taglio-compressione.

Un approccio analitico alternativo al coefficiente amplificativo della resistenza, spesso adottato in letteratura per la valutazione del contributo del rinforzo con intonaco armato, consiste nel calcolare la resistenza a taglio del pannello rinforzato come somma del contributo offerto dal pannello prima del rinforzo e del contributo dell'intonaco strutturale:

$$P_R = P_{NR} + P_{FRC} \tag{25}$$

![](_page_56_Picture_0.jpeg)

In cui  $P_R$  rappresenta la resistenza a compressione-diagonale del pannello rinforzato,  $P_{NR}$  rappresenta la resistenza del pannello privo di rinforzo, mentre il contributo della malta fibrorinforzata può essere stimato, invertendo l'equazione (17), come segue:

$$P_{FRC} = \frac{f_{t,FRC} t_{FRC} L}{0.707}$$
(26)

Lavorando in termini tensionali, la precedente equazione (25) coincide con il calcolare una resistenza a taglio equivalente incrementando la resistenza della muratura con la resistenza a trazione dell'intonaco, pesata rispetto al rapporto tra lo spessore della malta e quello della parete nuda:

$$\tau_{R,eq} = \tau_{NR} + \frac{f_{t,FRC}t_{FRC}}{t_m}$$
(27)

Al fine di valutare, mediante l'analisi parametrica, l'efficacia di questa formulazione, è stato calcolato il contributo di resistenza dell'intonaco,  $P_{FRC}$ , come differenza tra il carico ultimo del pannello rinforzato e quello del pannello privo di rinforzo (valori noti dalla modellazione numerica). Il valore così ottenuto è stato confrontato con quello calcolato analiticamente mediante la (26). Nei seguenti istogrammi si riporta il confronto tra i valori numerici (in rosso) ed analitici (in blu) di  $P_{FRC}$ .

![](_page_56_Figure_6.jpeg)

Figura 51 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in pietra.

![](_page_56_Figure_8.jpeg)

Figura 52 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in laterizio forato.

![](_page_57_Picture_0.jpeg)

![](_page_57_Figure_1.jpeg)

Figura 53 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in mattoni pieni.

![](_page_57_Figure_3.jpeg)

Figura 54 Contributo della resistenza a trazione del FRC: confronto tra risultati numerici (in rosso) e previsione analitica (in blu). Muratura in mattoni pieni, NTC 2018.

I precedenti grafici mostrano che la formulazione (26), e di conseguenza la (27), sottostimano, non di molto, il contributo di resistenza dell'intonaco strutturale quando esso è applicato su entrambi i lati dei pannelli. Questo risultato permette di concludere che l'applicazione della (27) può essere considerato un approccio analitico cautelativo per il calcolo dell'effetto dell'intonaco fibrorinforzato. Nel caso invece di intonaco applicato su un solo lato, la formulazione analitica ha quasi sempre sovrastimato, seppur di poco, la resistenza dell'intonaco. Questo risultato è dovuto all'inflessione fuori-piano dei pannelli nel caso di applicazione asimmetrica del rinforzo, che ne riduce il contributo. Pertanto, al fine di poter applicare la (27) al caso di intonaco su una sola faccia, dovranno essere calibrati sperimentalmente e/o numericamente opportuni coefficienti riduttivi.

![](_page_58_Picture_0.jpeg)

# 4. Conclusioni

Il presente Report ha riportato i risultati dell'attività di ricerca sperimentale e numerica condotta dal Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale di Firenze al fine di indagare l'efficacia della malta fibrorinforzata MX-PVA prodotta da Laterlite S.p.A come rinforzo a taglio di pareti murarie, in alternativa all'adozione di un intonaco armato tradizionale o di sistemi CRM.

I più significativi risultati ottenuti sono di seguito riepilogati:

- I test di adesione hanno evidenziato come l'esecuzione di un rinzaffo di malta prima dell'applicazione dell'intonaco strutturale incrementi la resistenza di adesione all'interfaccia muratura-malta fibrorinforzata.
- La modellazione numerica agli elementi finiti sviluppata nel presente lavoro si è dimostrata capace di simulare con buona approssimazione il comportamento sperimentale a trazione e flessione della malta fibrorinforzata e la risposta a compressione diagonale di pannelli murari, sia rinforzati con intonaco strutturale sia privi di rinforzo.
- L'analisi parametrica ha evidenziato il forte legame tra l'efficacia del rinforzo e la resistenza a trazione e lo spessore della parete esistente.
- Come riassunto nella seguente tabella, i coefficienti correttivi  $\alpha = \frac{\tau_R}{\tau_{NR}}$  proposti in Tab. C8.5.II della Circolare Esplicativa alle NTC 2018 per consolidamento con intonaco armato si sono rivelati sempre inferiori all'incremento di resistenza a taglio apportato dalla malta fibrorinforzata nel caso di applicazione su due facce per uno spessore delle pareti inferiore a 70 cm. L'applicazione dell'intonaco su un solo lato può invece portare a coefficienti migliorativi inferiori rispetto a quelli previsti nella tabella di normativa; la riduzione di efficienza del sistema di rinforzo passando da applicazione su due lati ad applicazione su un solo lato è di circa il 60%.

Tipologia di muratura	sp. parete t <sub>m</sub> [mm]	α intonaco su 2 lati	α intonaco su 1 lato	α Tab. C8.5.II Circ. NTC18
	30	4,66	2,62	2,50 (2,00 <sup>*</sup> )
Diatroma	40	3,65	2,13	2,50 (2,00 <sup>*</sup> )
Pietrame (Conci shozzati <sup>*</sup> )	50	3,05	1,86	2,50 (2,00 <sup>*</sup> )
	60	2,62	1,62	2,50 (2,00 <sup>*</sup> )
	70	2,35	1,50	2,50 (2,00 <sup>*</sup> )
	16	2,00	1,38	1,30
Laterizio forato	30	1,82	1,22	1,30
	40	1,66	1,17	1,30
	12	4,10	2,52	1,50
Mattoni pieni	25	2,67	1,82	1,50
	38	2,14	1,51	1,50

Tabella 15 Tabelle riassuntiva: coefficiente amplificativo della resistenza a taglio  $\alpha$  al variare della tipologia e dello spessore della parete, del numero di strati di intonaco e confronto con i valori previsti dalle NTC 2018.

- Sono stati proposti due possibili approcci analitici per il calcolo della resistenza a taglio di un pannello murario consolidato con intonaco strutturale fibrorinforzato: il primo approccio consiste nel definire il coefficiente migliorativo  $\alpha$  come funzione del rapporto tra la resistenza a trazione della muratura nuda

![](_page_59_Picture_0.jpeg)

e quella dell'intonaco; il secondo consiste nel calcolare una resistenza a taglio equivalente  $\tau_{R,eq}$ , data dalla somma del contributo della muratura ed il contributo dell'intonaco, pesato in base al rapporto tra i rispettivi spessori.

![](_page_59_Figure_2.jpeg)

![](_page_60_Picture_0.jpeg)

# Bibliografia

- [1] UNI EN 14651, Metodo di prova per calcestruzzo con fibre metalliche. Misurazione della resistenza a trazione per flessione. 2007.
- [2] Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, Linea guida per l'identificazione, la qualificazione, la certificazione di valutazione tecnica ed il controllo di accettazione dei calcestruzzi fibrorinforzati FRC (Fiber Reinforced Concrete). 2019.
- [3] UNI EN 12390-1, Prova sul calcestruzzo indurito Parte 1: Forma, dimensioni ed altri requisiti per provini e casseforme. 2021.
- [4] UNI EN 12390-2, Prove sul calcestruzzo indurito Parte 2: Confezione e stagionatura dei provini per prove di resistenza.
- [5] CNR-DT-215, "Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati a Matrice Inorganica." 2018.
- [6] UNI\_EN\_1015-11, "Metodi di prova per malte per opere murarie Parte 11: Determinazione della resistenza a flessione e a compressione della malta indurita UNI EN 1015-11," no. 5972936, 2007.
- [7] Università degli Studi di Perugia, "Report su Effetto della stilatura dei giunti con malte ad alta resistenza sulle proprietà meccaniche dei pannelli murari - Parte II," 2020. Accessed: May 08, 2024. [Online]. Available: https://ruregold.com/it/prodotto/mx-pva-fibrorinforzata/
- [8] Università di Pavia, *"Valutazione sperimentale di rinforzi FRC su muratura di pietra."* Accessed: May 08, 2024. [Online]. Available: https://ruregold.com/it/prodotto/mx-pva-fibrorinforzata/
- [9] DIANA FEA, *"Diana User's manual, Release 10.4."* p. Thijsseweg 11, 2629 JA Delft, The Netherlands., 2020. [Online]. Available: https://dianafea.com/
- [10] Fédération internationale du béton., *Model code 2010*. Fédération internationale du béton, 2010.
- [11] CEB-FIP, "Model Code 90" 1990.
- [12] Consiglio Superiore dei lavori pubblici, "Linee guida per la progettazione, messa in opera, controllo e collaudo di elementi strutturali in calcestruzzo fibrorinforzato con fibre di acciaio o polimeriche.," 2022.
- [13] C. Vienni, "CRM reinforcement of brick masonry walls: Experimental and numerical investigations," PhD Thesis, University of Florence, 2023.
- [14] C. Vienni, M. Orlando, and L. Salvatori, "Experimental study of CRM-reinforced brick masonry panels: Cyclic shearcompression tests and compression tests" Engineering Structures, vol. 301, Feb. 2024, doi: 10.1016/j.engstruct.2023.117262.
- [15] NTC 2018, "Aggiornamento delle 'Norme tecniche per le costruzioni," pp. 1–198, 2018.
- [16] Rots J.G., "Computational modeling of concrete fracture," Delft University of Technology, 1988.
- [17] M. Di Prisco, M. Colombo, and D. Dozio, *"Fibre-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation,"* Structural Concrete, vol. 14, no. 4, pp. 342–361, 2013, doi: 10.1002/suco.201300021.
- [18] ASTM E 519-02, "Standard Test Method for Diagonal Tension (Shear) in Masonry Assemblages," American Society for Testing Materials, p. 5, 2002, doi: 10.1520/E0519.